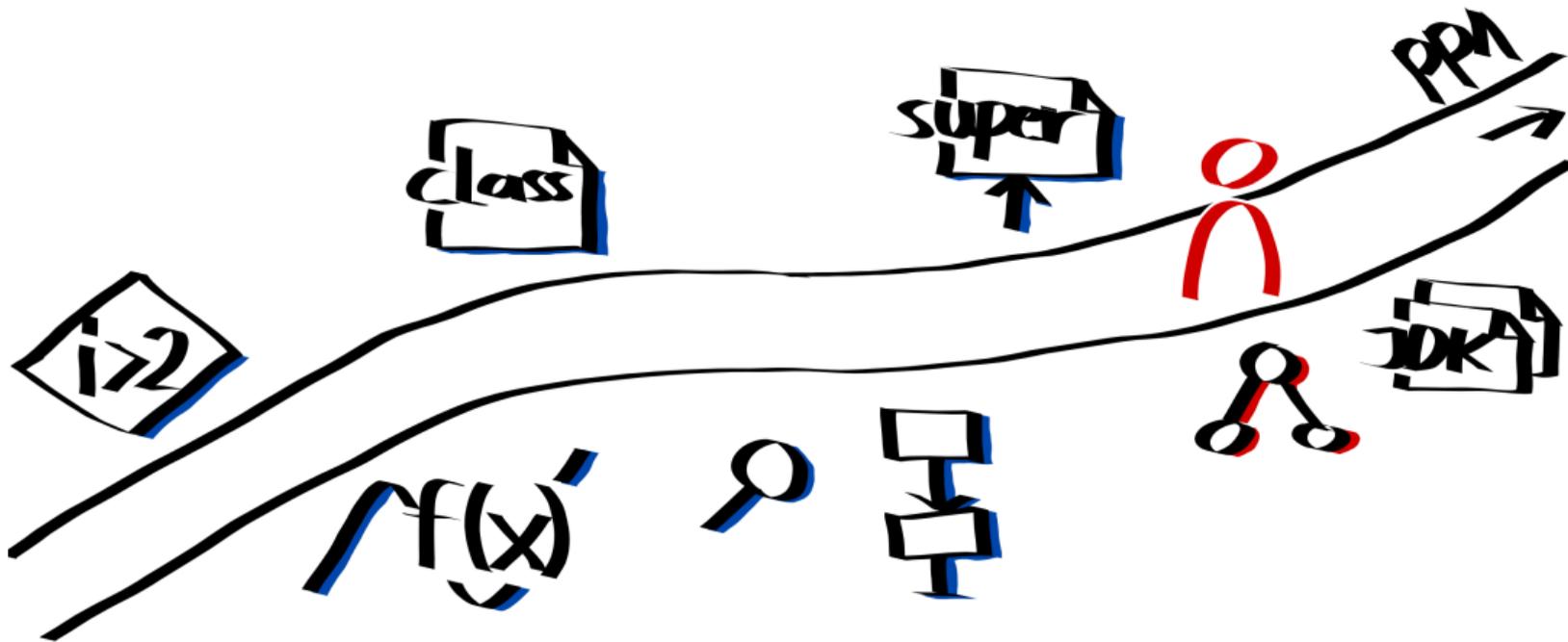


## Kapitel 7: Datenstrukturen für effiziente Suche

Löschen aus Bäumen & generische Bäume

# Wo stehen wir gerade?





# Wo werden Bäume noch benutzt?

---

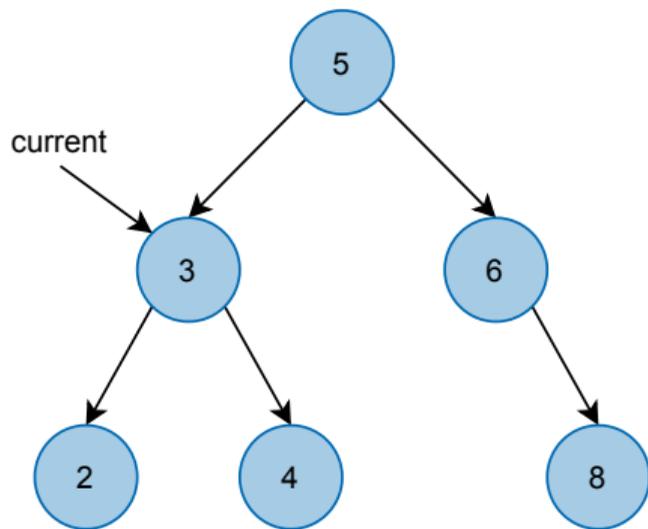
# Wo werden Bäume noch benutzt?

- Stammbaum
- Turnierbaum
- Dateisystembaum
- Modellierung von Argumentationen
- Verallgemeinerung: Graphen
  - Backpropagation (künstliche neuronale Netze)
  - Kürzester Weg zwischen 2 Knoten
  - Routing von Netzwerkpaketen

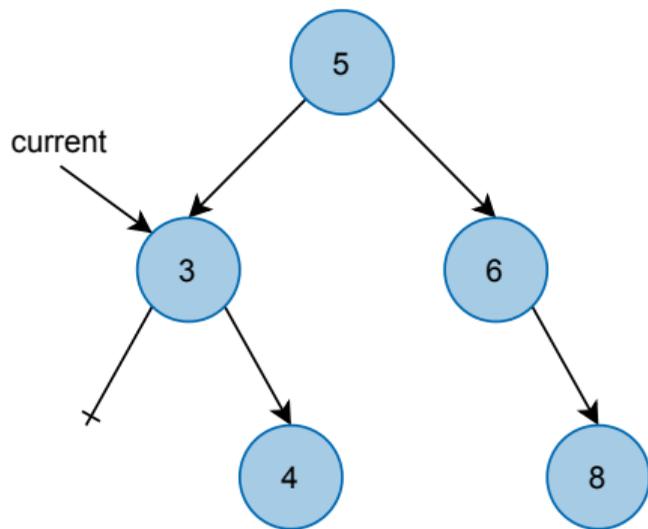
⇒ Informatiker:innen haben oft mit Baum-/Graph-Strukturen zu tun



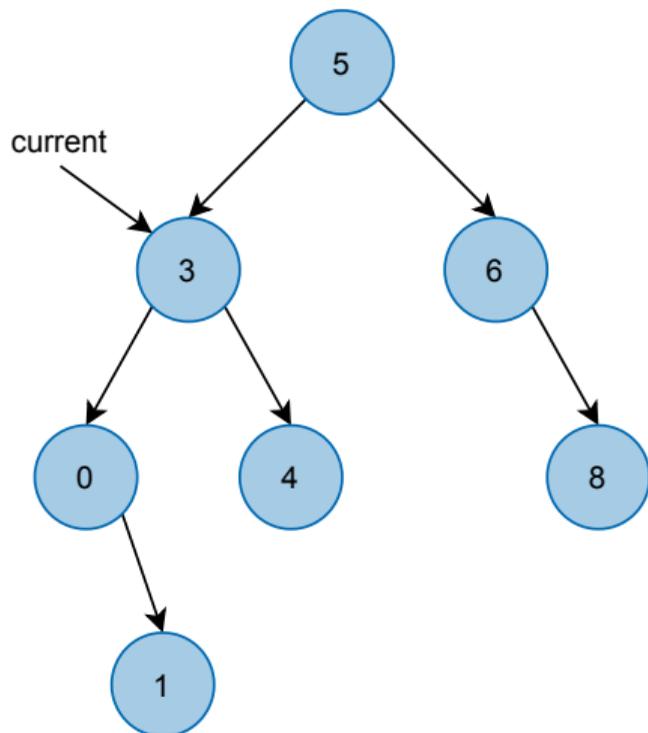
- 1 Gehe zu Knoten  $c$  vom Minimum
- 2 Setze linken Teilbaum von  $c$  auf `null`



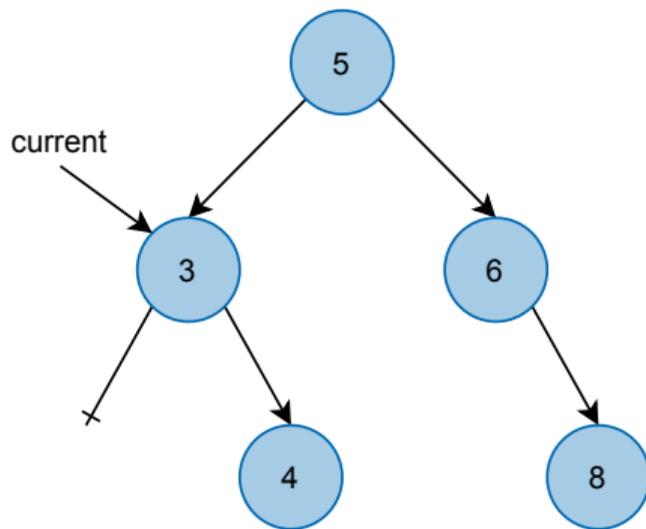
- 1 Gehe zu Knoten  $c$  vom Minimum
- 2 Setze linken Teilbaum von  $c$  auf `null`



- 1 Gehe zu Knoten  $c$  vom Minimum
  - 2 Setze linken Teilbaum von  $c$  auf `null`
- 2. Beispiel

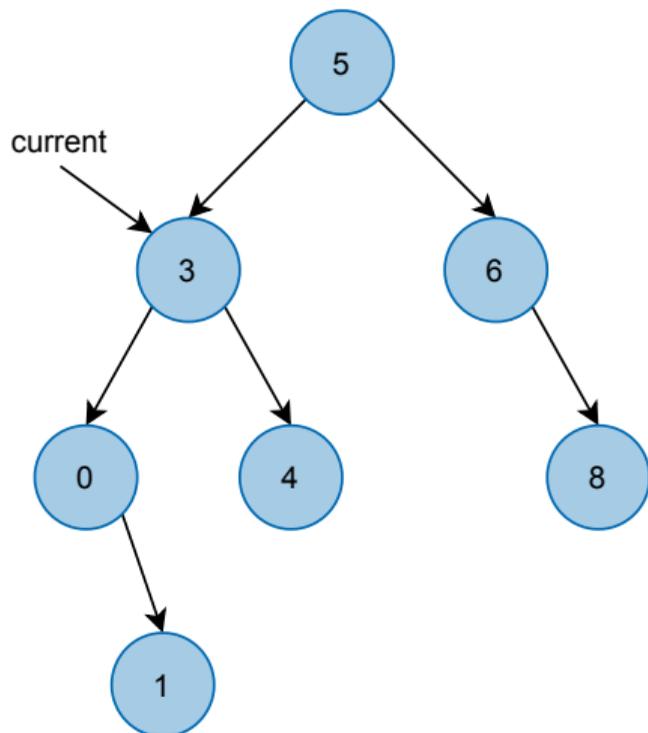


- 1 Gehe zu Knoten  $c$  vom Minimum
  - 2 Setze linken Teilbaum von  $c$  auf `null`
- 2. Beispiel
- ! falsch, wenn an Minimum ein rechter Teilbaum hängt



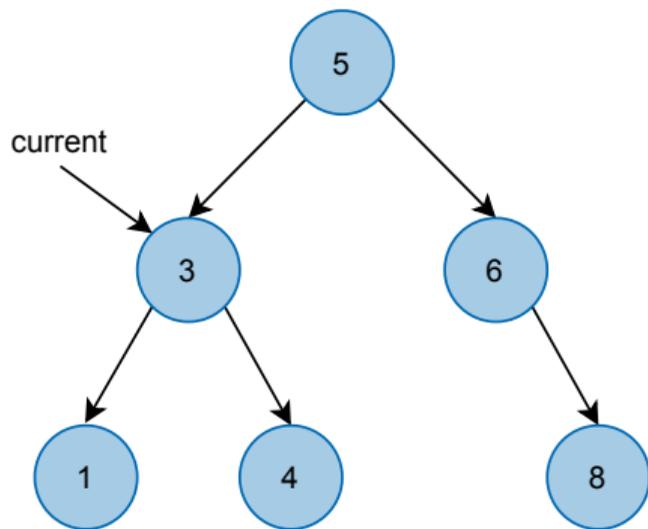
## Entfernen des Minimums (jetzt richtig)

- 1 Gehe zu Knoten  $c$  vom Minimum  $m$
- 2 Setze linken Teilbaum von  $c$  gleich rechten Teilbaum von  $m$



## Entfernen des Minimums (jetzt richtig)

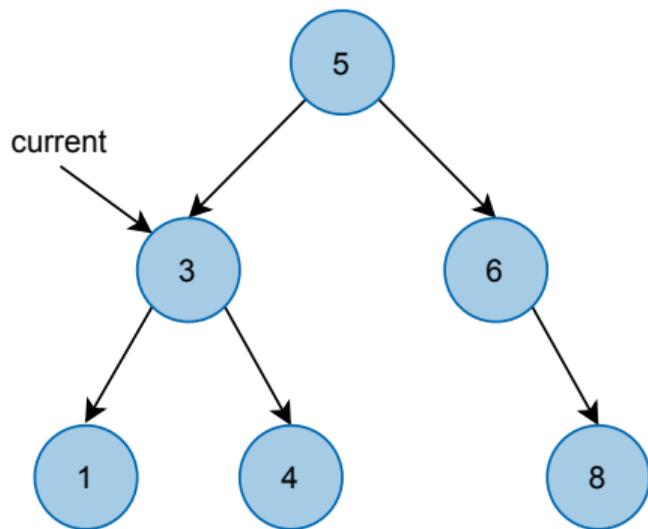
- 1 Gehe zu Knoten  $c$  vom Minimum  $m$
- 2 Setze linken Teilbaum von  $c$  gleich rechten Teilbaum von  $m$



## Entfernen des Minimums (jetzt richtig)

- 1 Gehe zu Knoten  $c$  vom Minimum  $m$
- 2 Setze linken Teilbaum von  $c$  gleich rechten Teilbaum von  $m$

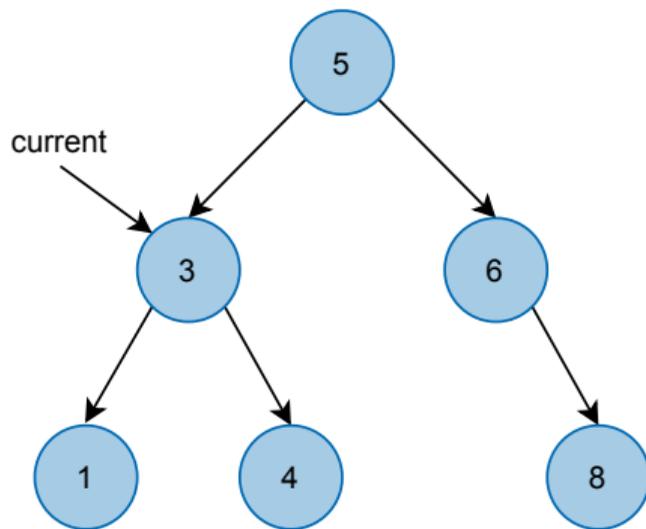
Haben wir noch einen besonderen Fall übersehen?



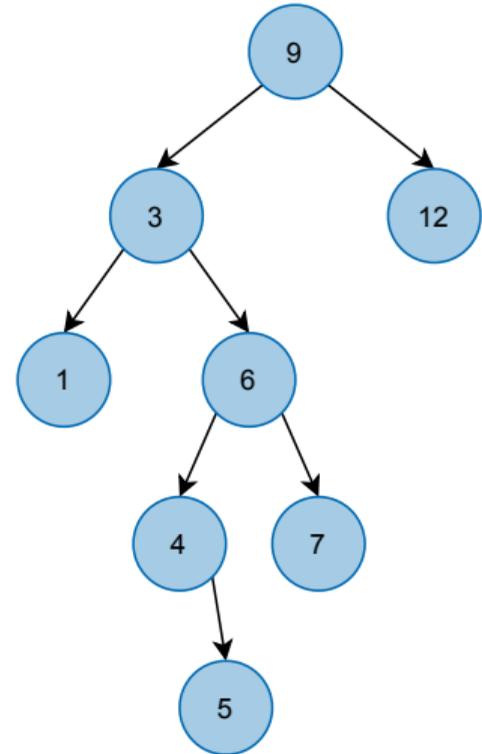
- 1 Gehe zu Knoten  $c$  vom Minimum  $m$
- 2 Setze linken Teilbaum von  $c$  gleich rechten Teilbaum von  $m$

Haben wir noch einen besonderen Fall übersehen?

- Minimum = Wurzel: Setze Wurzel auf rechten Nachfolger der Wurzel
- leerer Baum: Mache nichts

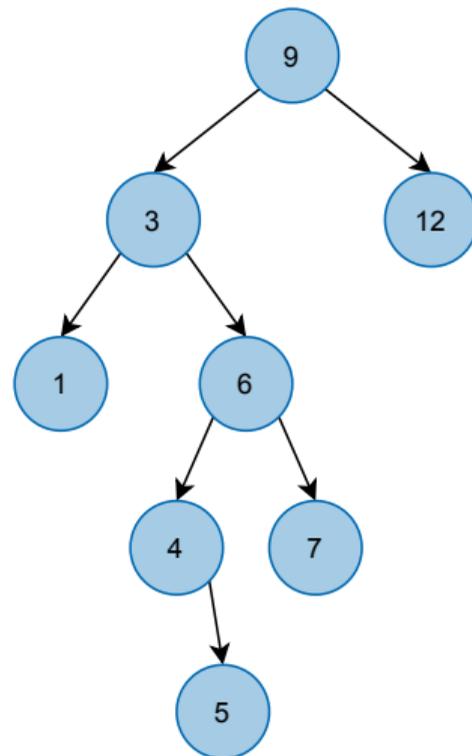


Verschiedene Fälle:



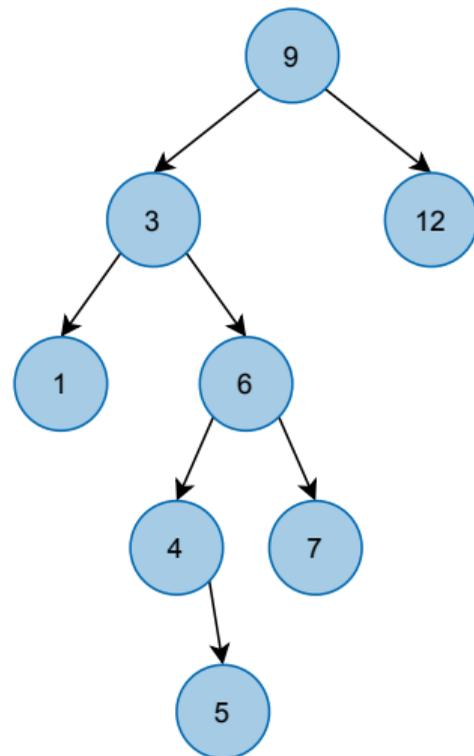
Verschiedene Fälle:

- zu löschendes Element ist Blatt  
→ trivial



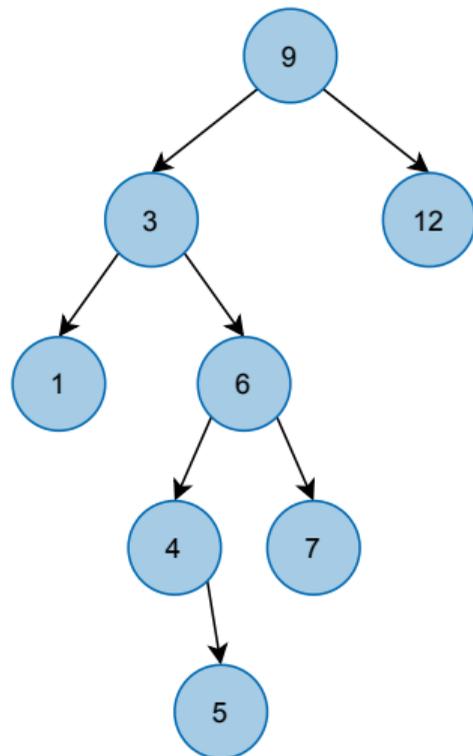
Verschiedene Fälle:

- zu löschendes Element ist Blatt  
→ trivial
- zu löschendes Element  $e$  hat 1 Kind mit Wurzel  $k$ 
  - ersetze  $e$  durch  $k$



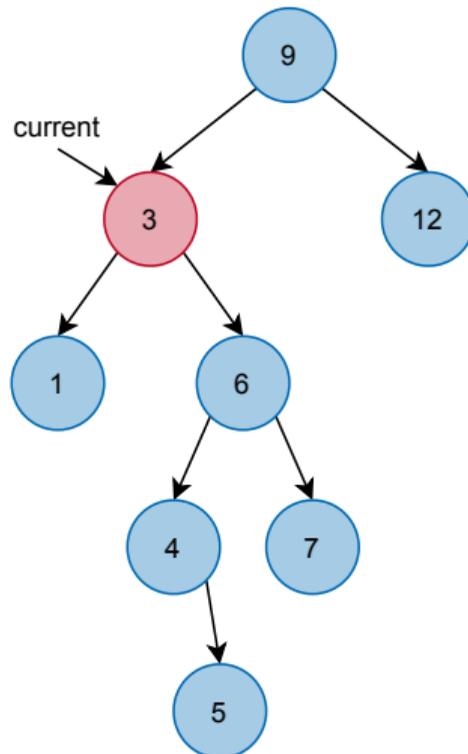
Verschiedene Fälle:

- zu löschendes Element ist Blatt  
→ trivial
- zu löschendes Element  $e$  hat 1 Kind mit Wurzel  $k$ 
  - ersetze  $e$  durch  $k$
- zu löschendes Element  $e$  hat 2 Kinder  $k_l, k_r$ 
  - 1 suche Minimum  $m$  im Teilbaum mit Wurzel  $k_r$
  - 2 lösche  $m$
  - 3 ersetze  $e$  durch  $m$



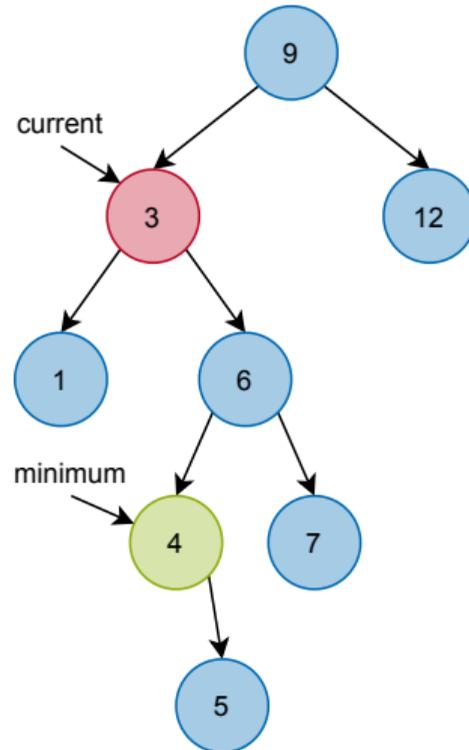
# Beispiel: Entfernen der 3

- 0 Finde Knoten mit 3



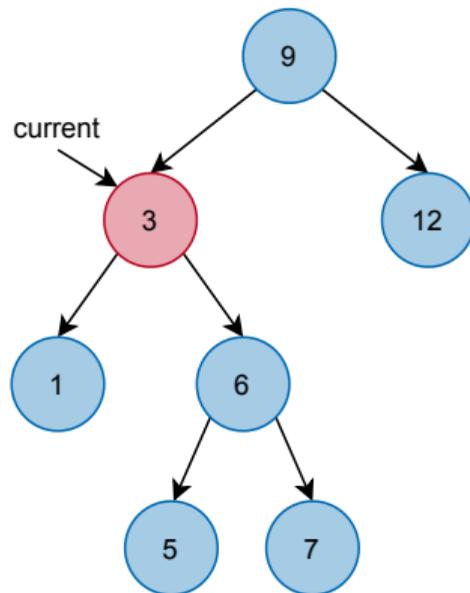
# Beispiel: Entfernen der 3

- 0 Finde Knoten mit 3
- 1 Finde Minimum im rechten Teilbaum



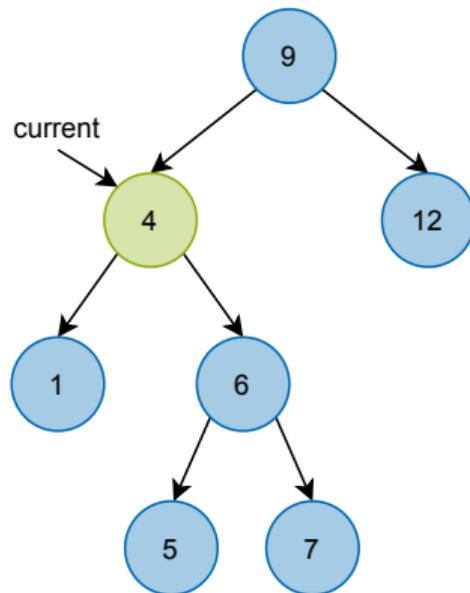
## Beispiel: Entfernen der 3

- 0 Finde Knoten mit 3
- 1 Finde Minimum im rechten Teilbaum
- 2 Entferne das Minimum des rechten Teilbaums



## Beispiel: Entfernen der 3

- 0 Finde Knoten mit 3
- 1 Finde Minimum im rechten Teilbaum
- 2 Entferne das Minimum des rechten Teilbaums
- 3 Ersetze 3 durch das gefundene Minimum



# Geht Löschen nicht auch iterativ?

---

## Geht Löschen nicht auch iterativ?

---

Ja, ist aber etwas unübersichtlicher und das wollte ich Ihnen (jetzt) nicht antun . . .  
Probieren Sie es ruhig einmal aus.

# Listen vs. Binäre Suchbäume

---

## Einfach verkettete Listen:

- + dynamische Datenstruktur
- + beliebige Reihenfolge speicherbar
- + auch Elemente ohne sinnvolle Sortierreihenfolge speicherbar
- + doppelte Elemente möglich
- langsamere Suche

## Binäre Suchbäume:

- + dynamische Datenstruktur
- Reihenfolge durch Sortierschlüssel gegeben
- Sortierschlüssel erforderlich
- typischerweise keine doppelten Elemente
- + (potentiell) schnelle Suche
  - ein bisschen mehr Speicherplatz

## Einfach verkettete Listen:

- + dynamische Datenstruktur
- + beliebige Reihenfolge speicherbar
- + auch Elemente ohne sinnvolle Sortierreihenfolge speicherbar
- + doppelte Elemente möglich
- langsamere Suche

## Binäre Suchbäume:

- + dynamische Datenstruktur
- Reihenfolge durch Sortierschlüssel gegeben
- Sortierschlüssel erforderlich
- typischerweise keine doppelten Elemente
- + (potentiell) schnelle Suche
  - ein bisschen mehr Speicherplatz

Wann benutze ich was?

## Einfach verkettete Listen:

- + dynamische Datenstruktur
- + beliebige Reihenfolge speicherbar
- + auch Elemente ohne sinnvolle Sortierreihenfolge speicherbar
- + doppelte Elemente möglich
- langsamere Suche

## Binäre Suchbäume:

- + dynamische Datenstruktur
- Reihenfolge durch Sortierschlüssel gegeben
- Sortierschlüssel erforderlich
- typischerweise keine doppelten Elemente
- + (potentiell) schnelle Suche
  - ein bisschen mehr Speicherplatz

## Wann benutze ich was?

- Reihenfolge soll erhalten bleiben, doppelte Elemente möglich → Liste
- Schnelle Suche erforderlich, Mengen-Eigenschaften erwünscht → Suchbaum

Anmerkung: lernen Datenstruktur kennen, die noch schnellere Suche ermöglicht

Was können wir tun, um in unserem Baum beliebige Elemente zu speichern?

Was können wir tun, um in unserem Baum beliebige Elemente zu speichern?

→ Generics!

- Problem: Einschränkung auf Datentypen, die Ordnung definieren

- Bei Deklaration der Typvariable kann Obertyp (Klasse oder Interface) angegeben werden
- Bei Instanziierung prüft Compiler, ob der konkrete Typ den gewünschten Obertypen hat

```
1 public class BinarySearchTree<T extends Sortable> {
2
3     public boolean contains(T needle) {
4         BinaryNode current = root;
5         while(true) {
6             if(current == null) {
7                 return false;
8             } else if(current.element.getSortKey() == needle.getSortKey()) {
9                 return true;
10            } else if(current.element.getSortKey() < needle.getSortKey()) {
11                current = current.right;
12            } else {
13                assert current.element.getSortKey() > needle.getSortKey();
14                current = current.left;
15            }
16        }
17    }
```

# Benutzen fertige Bäume im JDK `T extends Bla`?

---

# Benutzen fertige Bäume im JDK `T extends Bla`?

## Nein (ausnahmsweise)

- Grund: benutzerdefinierte Compare-Methode an Baum übergebbar
- Vorteile:
  - dieselbe Klasse je nach Anwendungsfall nach verschiedenen Eigenschaften sortierbar (und damit schnell durchsuchbar)
  - Objekte von Klassen speicherbar, die selbst keine Sortierreihenfolge definieren

- Ein kleiner Taschenrechner
- Binärer Suchbaum
- Nachrichtensystem

Denken Sie daran, sich unter `studierende.hhu.de` für die Klausur anzumelden.

- späteste Anmeldung: 1 Woche vor der Klausur
  - Anmeldung auch möglich, wenn Zulassungsstand jetzt noch ungewiss (automatische Abmeldung, falls Zulassung nicht erreicht wird)
- Abmeldung bis 1 Woche vor Klausur möglich
- bei Krankheit: Prüfungsamt informieren, Attest erforderlich (s. Informationen auf Uni-Seite)
- wer sich nicht übers Portal anmelden kann (Schüler:innen, BWL):  
Mail mit Betreff *Klausuranmeldung* an `progra@cs.uni-duesseldorf.de`